

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ БЕТОННЫХ ОБРАЗЦОВ В РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМАХ КОНТАКТНОГО СЖАТИЯ

Маклакова Светлана Николаевна,
доцент кафедры строительных конструкций
Галкина Марина Александровна,
аспирант, старший преподаватель
кафедра сопротивления материалов и графики
Молодкина Ольга Александровна,
магистрантка 2-го года обучения
Евсеева Татьяна Михайловна
магистрантка 2-го года обучения
ФГБОУ ВПО «Костромская сельскохозяйственная академия»

Maklakova S. N.,
associate Professor of the Department "Building constructions",
Galkina M. A.,
graduate student, senior lecturer
department of resistance of materials and graphics
Molodkina O. A.,
master's degree student of the 2nd year of study
Evseeva T. M.
master's degree student of the 2nd year of study
FSBEI HPE "Kostroma agricultural Academy»

MATHEMATICAL MODELS FOR CALCULATING THE STRESS - STRAIN STATE CONCRETE SAMPLES IN DIFFERENT MODES CONTACT COMPRESSION

Аннотация. Задача анализа напряженно-деформированного состояния до настоящего времени остается весьма актуальной при пластическом деформировании. Известные решения были получены для контактных условий и конкретных материалов, что несколько затрудняет применение этих решений в общей расчетной практике.

Для численного анализа напряженно-деформированного состояния бетонного образца использован прикладной пакет программ ANSYS, который позволяет при условии задания исходных (первичных) параметров, каковыми были приняты перемещения, вычислить деформации и напряжения (а по ним - интегральные значения осевых усилий) практически в любых конструктивных формах, встречающихся в практике проектирование объектов строительства.

Ключевые слова: Бетонный образец, напряженно-деформированное состояние, сжатие, перемещения, деформация, модель, коэффициент Пуассона.

Abstract. The problem of stress-strain state analysis is still very relevant in plastic deformation. Known solutions were obtained for contact conditions and specific materials, which somewhat complicates the application of these solutions in General computational practice.

For the numerical analysis of the stress-strain state of a concrete sample, the application software package ANSYS is used, which allows, provided that the initial (primary) parameters are specified, the displacements have been taken, to calculate the deformations and stresses (and for them - the integral values of axial forces) in almost any structural forms encountered in the practice of designing construction objects.

Keyword: Concrete sample, stress-strain state, compression, displacement, deformation, model, Poisson's ratio.

Для анализа напряженно-деформированного состояния материала образца необходимо принять определенную математическую модель, которая достаточно адекватно отражала бы процесс испытания. Согласно методологии испытаний необходимо выполнить следующее:

- обеспечить закон геометрического подобия;
- обеспечить закон физического подобия;
- обеспечить закон механического подобия.

В исследуемом случае обеспечение условий геометрического подобия – наиболее простая задача. Объект исследования – кубический образец, потому моделирование его в натуральную величину (100x100x100мм) не представляет трудностей.

Несколько сложнее обстоит с вопросом физического моделирования. Обычно нормативные документы рекомендуют использовать физическую модель сплошного изотропного тела, подчиняющегося линейному закону Гука в части зависимости деформации от напряжения. В этих допущениях содержится много неточностей, влияющих в конечном итоге на результаты расчетов. При численном решении поставленной задачи была использована кусочно-линейная аппроксимация диаграммы деформирования бетона до уровня предельной деформации каждого испытываемого класса бетона (В15 и В30). Отметим также, что при расчете была использована модель ортотропного материала, которая в основном подтвердила как причины разрушения, так и основные характеристики в части предельных линейных деформаций.

Обеспечение условий механического подобия выполнить также несложно поскольку речь идет о термодинамических условиях испытаний при нормальных температуре и давлении. И только условие постоянства скоростей деформации требовало применения достаточно качественного испытательного оборудования, что удалось реализовать на базе современного промышленного предприятия строительной отрасли.

Таким образом, комплексная математическая модель была получена с учетом всех основных свойств исследуемого объекта.

Решение поставленной задачи в аналитическом виде представляет значительные трудности, связанные со сложностью расчета напряженно-деформированного состояния в условиях контакта трёх деформируемых тел, обладающих резко различными реологическими свойствами.

В практическом плане физические объекты, составляющие элементы узла контакта представляют собой:

- упруго деформируемую плиту испытательного пресса;
- вязкопластичную прокладку между плитой пресса и испытуемым образцом;
- образец из упругопластичного материала (бетона), имеющего нелинейную диаграмму деформирования.

Поэтому задачу анализа напряженно-деформированного состояния решали численным методом, полагая, что основной интерес лежит в области деформации упругопластичного образца.

Из распространенных программных комплексов, позволяющих решать широкий круг задач механики деформируемого твердого тела, на наш взгляд, наиболее подходит комплекс программ ANSYS, который и был использован в рассматриваемом случае.

Однако, как показывает практика, во-первых, неучет влияния изменения плотности в зависимости от давления, а во-вторых, неучет возможных разрывов (пластическая неустойчивость) в вязкопластичном слое при больших давлениях приводят к значительным погрешностям в расчетах. Поэтому рационально определить экспериментально (при определенных значениях средних касательных давлений) величины касательных напряжений и в дальнейшем при анализе напряженно-деформированного состояния упругопластичного образца бетона использовать величины коэффициентов трения.

В некоторых работах [1-2] даны решения по анализу напряженно-деформированного состояния тел, материал которых испытывает упруго-пластические деформации. Но при этом введены гипотезы, что форма контактирующих поверхностей незначительно влияет на величину контактных напряжений, а так называемая контактная жесткость является величиной постоянной для деформируемого тела.

Однако, как показывают эксперименты, принятие за основу величину так называемой средней контактной жесткости, приводит к значительным погрешностям при подсчете величины деформаций.

Наиболее полный анализ напряженно-деформированного состояния контактируемых деталей с учетом вязкопластичной прослойки выполнен в работах исследователей-специалистов в области обработки металлов давлением В.Л. Колмагорова, Б.Н. Береснева, Н.П. Петрова, В.И. Казаченка [3-6] и др. исследователей.

Так как эта задача до настоящего времени остается весьма актуальной при пластическом деформировании, то известные решения были получены для контактных условий и конкретных материалов, что несколько затрудняет применение этих решений в общей расчетной практике.

Однако основополагающие положения можно сформулировать и для решения общих проблемных задач в виде:

- при значительных пластических деформациях обобщенная кривая напряжение-деформация не является единообразной, причем отклонения и по напряжениям, и по деформациям от функции, полученной в условиях одноосного растяжения, весьма значительны и могут достигать сотен процентов;

- касательные напряжения на контактных поверхностях могут играть и активную, и пассивную роль, вызывая процессы неустойчивого пластического деформирования;

- вязкопластические среды, находящиеся на поверхностях контакта деформируемых тел, до определенного уровня контактных давлений способствуют устойчивому протеканию процесса пластического деформирования;

- шаровой тензор напряжений оказывает существенное влияние на вид кривой деформирования.

Итак, основная проблема заключается в обеспечении устойчивости процесса пластической деформации вязкопластичной прослойки, которая находясь в условиях трехосного неравномерного сжатия, может способствовать устойчивому пластическому деформированию упругопластичного элемента (образца). При этом вязкопластичный слой создает так называемый гидродинамический эффект медленного выдавливания материала прослойки с контактной поверхности.

Поскольку, как было показано нами ранее, материал кубического образца находится преимущественно в условиях трехосного напряженного состояния, то следует рассмотреть трехмерный геометрический объект. Принимая во внимание, что программы ANSYS позволяют использовать непосредственно геометрическую модель, первоначально не обращаясь к элементам и узлам конечно-элементной аппроксимированной модели, имеется возможность вначале описать геометрию рассчитываемого объекта и соответствующие задачам расчета граничные условия, а затем построить сетку элементов, тем самым определим местоположение узловых точек и уровень связности элементов.

В программах ANSYS предложены три варианта построения геометрической модели [7-11], но в рассматриваемом случае наиболее приемлемым следует признать непосредственное оформление модели в интерактивном режиме работы с системой. В этом случае было применено моделирование по так называемому восходящему способу моделирования, т. е. «Снизу-вверх». Так как этот способ построения модели рекомендует строить

модель с объектов нижних порядков, то вначале были заданы ключевые точки (узлы кубического образца), затем нанесены ребра и грани образца. Соединения узловых точек в этом случае программа ANSYS выполняет автоматически.

При установлении рациональных или оптимальных значений параметров не возникает необходимости ввода какой-либо дополнительной информации. Кроме того, при изменении формы образца (при его деформации) автоматически изменяются и твердотельная, и конечно-элементная формы.

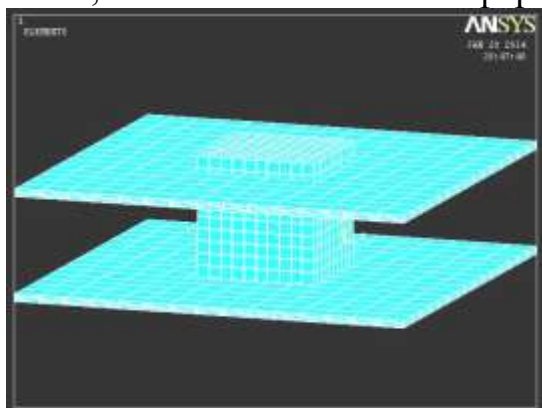


Рис.1. Модель кубического образца и конечно-элементная форма исследуемого объекта при сжатии в условиях граничного трения

При построении конечно-элементной модели были заданы типы элементов (шестигранные параллелепипеды), константы элементов (в перемещениях до предельных значений рабочего диапазона) и свойства бетона (модуль продольной упругости E_v и коэффициент Пуассона). В связи с этим принятый тип упорядоченной сетки предполагает разбиение на топологически подобные шестигранные параллелепипеды. При расчетах была использована категория элементов SOLID45. Принимая во внимание, что, упорядоченная сетка является более предпочтительной по сравнению с произвольной, а прямоугольная сетка с четырехугольными элементами наиболее предпочтительна по сравнению с сеткой, содержащей треугольные элементы, принятая конечно-элементная модель должна способствовать повышению точности расчетов. Кроме того, учитывая значительные резкие перепады в величинах контактных давлений и то обстоятельство, что ошибки аппроксимации никогда не бывают нулевыми, поскольку с увеличением количества элементов накапливаются ошибки округления, чрезмерно густая сетка может не дать необходимого уровня точности расчетов. В этом случае рационально ориентироваться на средние ошибки в величинах напряжений, деформаций и перемещений, полученные при экспериментальном исследовании, которое несмотря на то, что носило предварительный характер, позволило получить результаты с доверительной вероятностью на уровне 7...10%.

Принимая во внимание сказанное, разбивку на конечные элементы по всем трем координатным осям вначале производили на 10 частей, затем на 100 частей. Сравнивая результаты подсчетов по перемещению и деформациям, было

установлено, что отклонения полученных значений не превышают 7% для конечных элементов, полученных разбивкой на 10 частей по каждой координатной оси, по сравнению с разбивкой на 100 частей по указанным осям. Следует отметить, что время подсчета при первом варианте разбивки составляло 10 минут, а при втором варианте разбивки оно увеличилось до одного часа. Таким образом, разбивка по первому варианту обеспечивала необходимый уровень точности расчетов.

На первой стадии анализа напряженно-деформированного состояния материала образца были приняты следующие значения вещественных параметров:

- начальный модуль упругости $E_b=24,0 \cdot 10^3$ МПа для бетона В15 и $E_b=32,5 \cdot 10^3$ МПа для бетона В30;

- коэффициент Пуассона (модуль поперечной деформации) был принят одинаковым для бетонов В15 и В30 и равным $\mu_b=0,2$;

- коэффициент трения по опорным поверхностям образца принят по данным И.В. Крогельского для материалов «сталь-бетон» равным $f=0,37$.

Внешнее возмущение в соответствии с поставленной задачей принимаем в виде линейного перемещения верхней контактной поверхности образца (рис.1). При условии пренебрежения деформацией плит испытательной машины все точки верхней поверхности образца имели одинаковое линейное перемещение, величина которого для образцов размером 150x150x150 мм подсчитывалась по линейной формуле вида:

$$\Delta h = \varepsilon_h \times h_0 \quad (1)$$

где $\varepsilon_h=0,0035$ – относительная деформация волокон кубика в направлении действия сжимающей силы при направлении, равном R_b .

Исходя из сказанного, величина Δh равна $\Delta h=0,0035 \cdot 150=0,52$ мм,

что позволяло оценить величину напряжений в направлении осевой нагрузки, когда осевые деформации образовывались в области сжатия, расположенной примерно на половине высоты образца. Таким образом, указанное сечение следует считать наиболее опасным, и это обстоятельство подтверждается картиной распределения перемещений по высоте и по ширине образца.

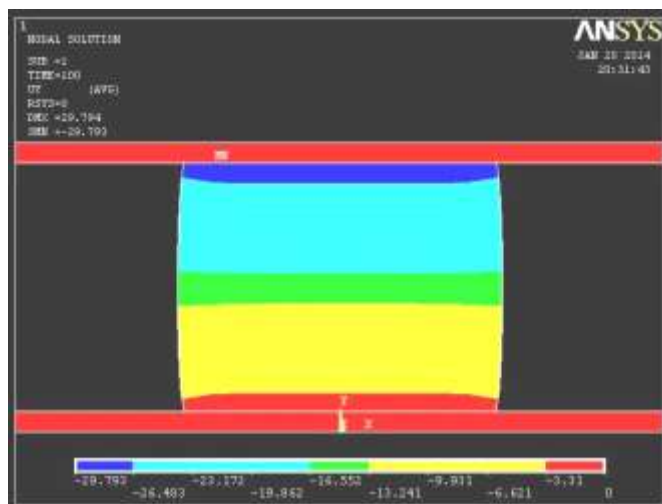


Рис.2. Внешний вид распределения перемещений по высоте образца (по оси y) при $f=0,37$

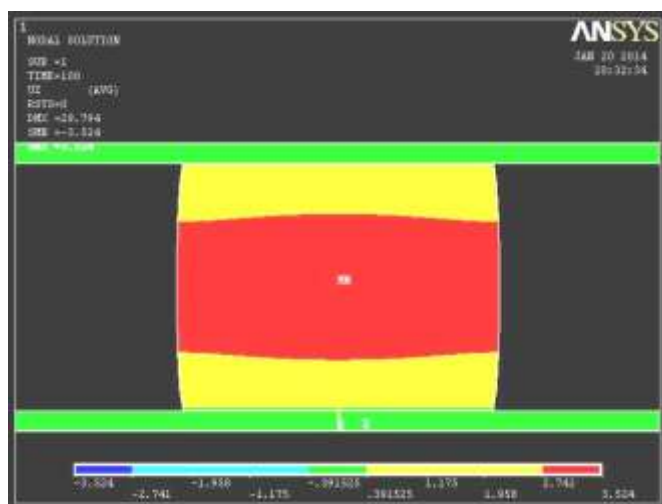


Рис.3. Внешний вид распределения перемещений по ширине образца (по оси x) при $f=0,37$

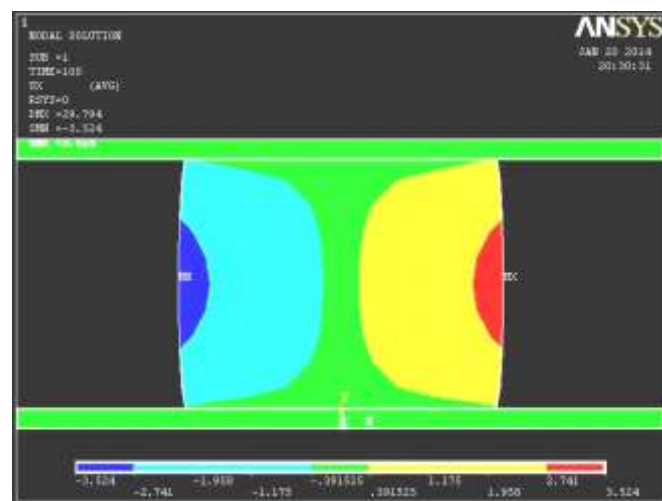


Рис.4. Внешний вид распределения перемещений по ширине образца

(по оси y) при $f=0,37$

Однако поскольку, как выяснилось, испытание бетона в соответствие с нормативными требованиями по ГОСТ 10180-2012 не является испытанием в условиях одноосного сжатия, то следующим шагом достижения поставленной цели следует считать изыскание возможности уменьшения величины касательного напряжения на контактных поверхностях. Экспериментальные исследования в условиях действия малых касательных напряжений показали существенное снижение основных характеристик прочности бетона. Далее следует рассмотреть, какой тип конечно-элементной модели отвечает фактическим условиям, реализующим вид напряженного состояния типа «одноосное сжатие», для чего рассмотрим предельный случай напряжения в условиях идеального контакта.

Под идеальным контактом будем понимать случай, когда на контактирующих поверхностях величина касательных напряжений равна нулю. В том случае можно говорить об одноосном сжатии материала образца, но следует иметь ввиду, что такой случай нехарактерен для оценки работы бетонов. Причем это касается как элементов, работающих в составе конструкции (элементы сжатого пояса в составе фермы), так и непосредственных элементов конструкций в виде колонн и стоек.

Кроме этого анализ результатов нагружения в рассматриваемом режиме позволяет наиболее правильно оценить величину осевого усилия собственно идущего на деформирование образца без учета влияния абразивного эффекта и величины работы, идущий на преодоление сопротивления промежуточного смазочного слоя, в том числе возможного твердого смазочного покрытия.

Так называемый «идеальный» контакт должен обозначить величину работы, идущей на деформирование, образование трещин и прочие разрушения материала, что позволит не только оценить величину работы деформирования, но и даст возможность установить количественное значение критерия образования трещин и последующего разрушения.

Расчетная схема и конечно-элементная модель в рассматриваемом случае принять таким же, как и при расчете в условиях граничного трения. То же самое следует сказать и о характеристиках упругости материала. Такое решение позволяет более точно определить только влияние сил трения на прочностные характеристики. И только для создания «идеального» контакта коэффициент трения принимается равным нулю.

При этом условия работы материала радикально изменились. В частности, существенно повысилась равномерность распределения как осевых, так и действующих по перпендикулярным плоскостям нормальных напряжений. То же самое можно сказать и о линейных перемещениях. То есть, при наличии гидродинамического эффекта вполне определенно можно констатировать, что имеет место сглаживание пика местных напряжений по углам образцов, а

следовательно, условия испытания материала в наибольшей мере соответствуют условиям его работы при эксплуатации любых строительных элементов, изготовленных из этого материала. Это обстоятельство является определяющим с точки зрения всестороннего моделирования условий работы материалов.

Принимая во внимания, что обеспечение «идеального» контакта практически неосуществимо, следует иметь ввиду, что любой вязко-пластичный материал, обеспечивающий режим гидродинамического трения подчиняется закону течения вязко-пластичной среды, согласно Ю.К. Бингаму, имеющему вид :

$$\tau = \tau_0 + f \cdot p \quad (2)$$

где: τ_0 - так называемое начальное напряжение сдвига;

f – коэффициент трения на поверхности контакта;

p – нормальное давление на поверхности контакта.

То есть при значении коэффициента трения, равном нулю, касательное напряжение на контактной поверхности равно начальному напряжению сдвига, которое для большинства вязкопластичных материалов, применяемых в качестве смазок, не превышает уровня 3...5 МПа при атмосферном давлении.

Если руководствоваться тем, что на свободных боковых поверхностях образца касательные напряжения отсутствуют и подсчитать величины главных нормальных напряжений в зонах пиковых нормальных давлений, принимая последние на уровне 50 МПа, то несложно, используя формулу (2) и принимая коэффициент трения $f=0,2$, определить, что максимальное нормальное напряжение составит величину 52 МПа. Такая величина отличается от принятого нормального давления всего на 2%, и таким образом, при переходном режиме ($f=0,2$) большой погрешности в определении контактного давления мы не получим.

Расчеты по величинам нормальных напряжений и перемещений в условиях переходного режима ($f=0,2$) выполнены с применением программы ANSYS, используя, как и в предыдущих случаях величины начальных модулей упругости $E_B = 2,4 \cdot 10^4$ МПа (для бетона В15) и $E_B = 3,25 \cdot 10^4$ МПа (для бетона В30). Конечно-элементную модель строили на базе конечного элемента SOLID 45. Модуль поперечной деформации принимали $\mu = 0,2$.

Результаты расчёта приведены на рис.5.

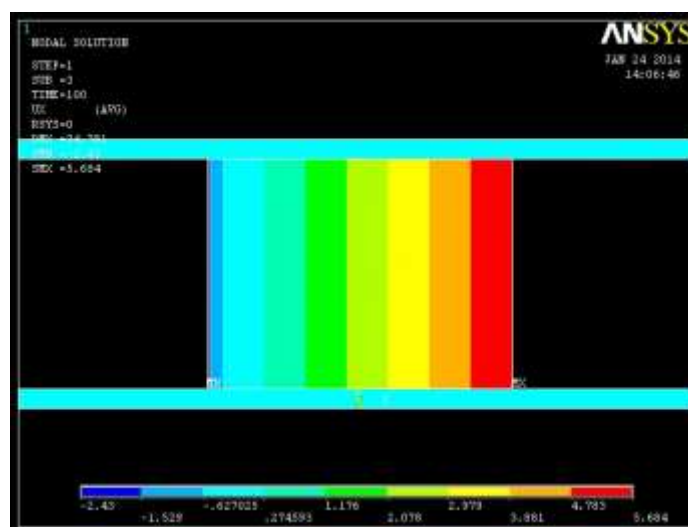
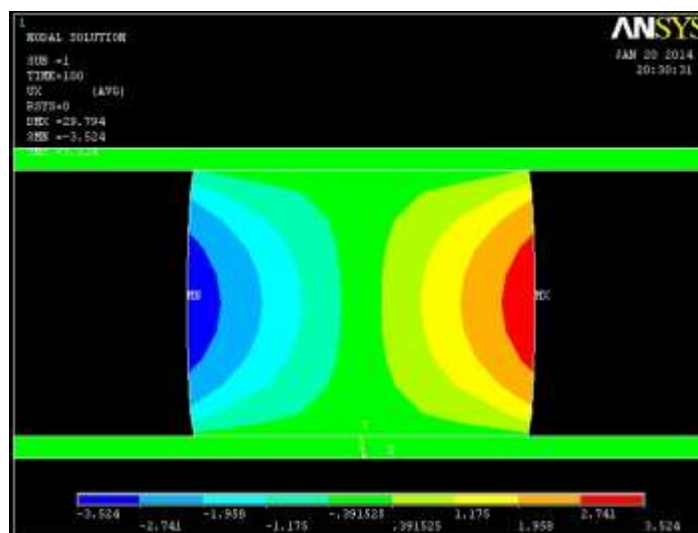


Рис. 5. Расчетные значения линейных перемещений по оси x при наличии (а) и отсутствии (б) касательных напряжений на контактных поверхностях образцов из бетона В30

Анализ представленных результатов показывает, что по сравнению с нижним предельным значением коэффициента трения, картина распределения отличается существенно. Это можно объяснить тем, что «идеальная» картина контакта характеризуется исключительно величинами нормального контактного давления и, соответственно, вид и характер разрушения в этом случае предопределяются положительными линейными деформациями, действующими по направлению, перпендикулярным оси нагрузки.

Иначе обстоит дело с верхним предельным значением величины коэффициента трения, когда касательные напряжения на контактных поверхностях достигают максимума в точках, расположенных в плоскостях, перпендикулярных оси на нагрузки. Кроме того, эти точки должны быть наиболее удалены от контактных поверхностей, а поэтому картина разрушения

вполне соответствует той, которая в стандарте (ГОСТ 10180-2012) принята за эталонную.

Следует отметить, что с возрастанием влияния сил трения возрастает влияние так называемого «абразивного» эффекта, что, безусловно, сказывается на виде и форме поверхности разрушения.

Таким образом, теоретический анализ показал следующее:

- нормальные и касательные напряжения распределены по контактным поверхностям испытываемых образцов неравномерно;

- неравномерность распределения возрастает при увеличении коэффициента трения на контактной поверхности;

- дополнительным фактором, влияющим на неравномерность распределения, является абразивный эффект, степень воздействия которого зависит от крупности зерен заполнителя, а также от материала заполнителя;

- при сжатии образцов в любом случае отсутствуют растягивающие нормальные напряжения, так что разрушение в этом (или подобном) случае нагружения не может произойти от растягивающих напряжений;

- можно предположить, что разрушение образцов происходит по плоскостям, перпендикулярным направлениям главных линейных деформаций, а именно по направлению наибольшей линейной деформации (ε_1);

- поскольку после начала появления первой трещины происходит перераспределение напряжений (а следовательно, и деформаций), то поверхность разрушения и имеет вид сложной поверхности, имеющей двойную положительную кривизну;

- так как при трехосном неравномерном сжатии имеет место смешанное деформированное состояние, то направление наибольших линейных деформаций определяет и вид, и характер разрушения;

- необходима экспериментальная проверка с целью установления характеристик надежности и критериев разрушения в условиях, наиболее отвечающих условиям работы материала в экспериментальных строительных конструкциях.

Список литературы

1. Галустов К. З. К вопросу об упруго-мгновенных деформациях в теории ползучести бетона / Бетон и железобетон, 2008 - №5 – с. 11-15.

2. Галустов К. З. Нелинейная теория ползучести бетона и расчет железобетонных конструкций. – М.: Физматгиз, 2006 – 218 с.

3. Колмогоров В. Л. Гидродинамическая теория смазки / В. Л. Колмогоров, С. Н. Орлов, Г. Л. Колмогоров // М.: Металлургия, 1975. – 256 с.

4. Береснев Б. Н. Процесс гидроэкструзии / Б. Н. Береснев // М.: Наука, 1976. – 200 с.

5. Петров Н. П. Гидродинамическая теория смазки / Сб. трудов под ред. Л. С. Лейбензона // М.: Изд-во АН. СССР, 1948. – 552 с.

6. Казаченок В. Н. Исследование контактных условий при осадке в различных режимах трения / В. Н. Казаченок [и др.] // Челябинск: Изд-во ЧПИ, 1972. – с. 4-11.
7. Клебанов Я. М. Использование программного комплекса ANSYS в учебном процессе / Я. М. Клебанов, А. Н. Давыдов, В. Л. Папировский // Самара, Изд – во СГТУ, 1998 – 124 с.
8. Басов К. А. ANSYS в примерах и задачах / под ред. Д. Г. Красовского // М.: Компьютер пресс, 2002 – 224 с.
9. Каплун А. Б. ANSYS в руках инженера / А. Б. Каплун, Е. М. Морозов, М. А. Олферьева // М.: Едиториал, 2003 – 272 с.
10. Чигарев А. В. ANSYS для инженеров / А. В. Чигарев, А. С. Кравчук, А. Ф. Смалюк // М.: Машиностроение, 2004 – 512 с.
11. Жидков А. В. Применение системы ANSYS к решению задач геометрического и конечно-элементного моделирования / Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2006 – 116с.