

ОКОННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННЫХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ.

Данилов Д.Е.

*Данилов Дмитрий Евгеньевич – аспирант,
Инженерная школа информационных технологий и робототехники,
Томский политехнический университет, г. Томск*

Как отмечалось ранее, в практике цифровой обработки сигналов, находят применение различные оконные функции. В зависимости от свойств, оконные функции разделяются на функции низкого разрешения и функции высокого разрешения [1]. Свойства оконных функций определяются их амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) и логарифмической амплитудно-частотной характеристикой (ЛАЧХ), которые могут быть получены по формулам [2]:

$$W(f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{j=0}^{N-1} w(j) \cdot e^{-2\pi i \cdot j f \Delta t} \right|, \quad (1)$$

$$L_W(f) = 20 \cdot \log_{10}(W(f))$$

где $W(f)$ – АЧХ оконной функции; $L_W(f)$ – ЛАЧХ оконной функции.

Для оконных функций высокого разрешения характерно значительное растекание энергии по спектру (высокий уровень боковых лепестков на АЧХ) и относительно небольшое влияние на соседние частотные отсчеты (малая ширина основного лепестка АЧХ) [1]. В связи с этим, использование преобразование Фурье оконных функций высокого разрешения позволяет различать в спектре близкие по частоте сигналы [1], однако при этом происходит их ослабление. Напротив, оконные функции низкого разрешения не позволяют различать близкие по частотам сигнала, но в то же время позволяют минимизировать растекание энергии сигналов по спектру [1]. Это объясняется низким уровнем боковых лепестков и большой шириной основного лепестка АЧХ. Общими чертами различных оконных функций $w(i)$ являются: 1) симметрия относительно оси $i = N/2 - 1$; 2) достижение максимального значения вблизи оси симметрии и уменьшение значения при приближении к границам интервала $i = 0, 1, \dots, N - 1$. Как отмечалось ранее, простейшим примером оконной функции является прямоугольная оконная функция (2). Данная оконная функция имеет высокое разрешение: максимальный уровень боковых лепестков АЧХ и минимальную ширину основного лепестка. Вид прямоугольной оконной функции, а также ее АЧХ и ЛАЧХ приведены на рисунке 3.

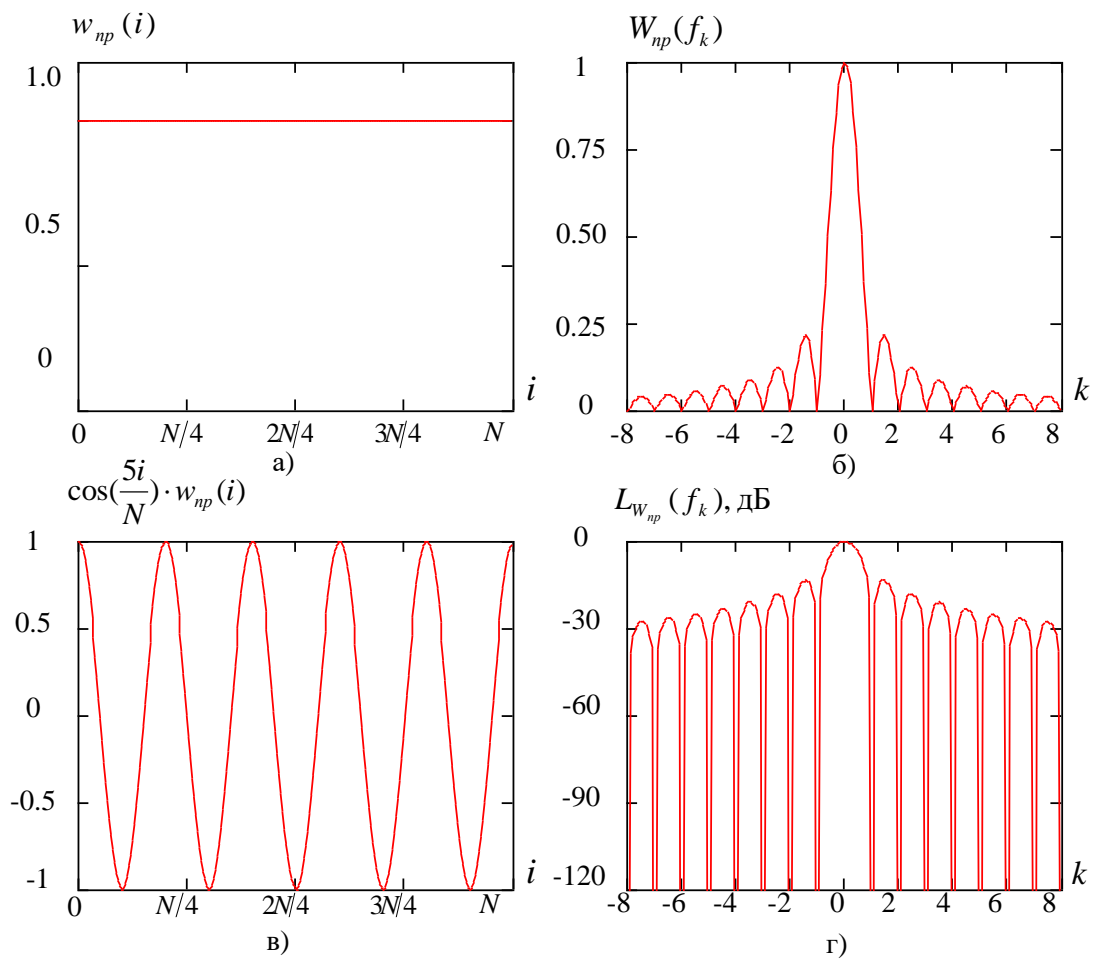


Рисунок 3 – Прямоугольное окно
 (а – функция во временной области, б – АЧХ, в – гармонический сигнал,
 умноженный на оконную функцию, г – ЛАЧХ)

Другим частотным примером распространенной оконной функции является окно Ханна

$$w_{\text{хан}}(i) = 0,5 - 0,5 \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot i}{N}\right).$$

Окно Ханна, также, как и прямоугольное окно, имеет высокое разрешение. Вид окна Ханна и его характеристик представлен на рисунке Б.9. Близким по свойствам к окну Ханна является окно Хэмминга, весовая функция которого определяется как

$$w_{\text{хэм}}(i) = 0,56 - 0,46 \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot i}{N}\right).$$

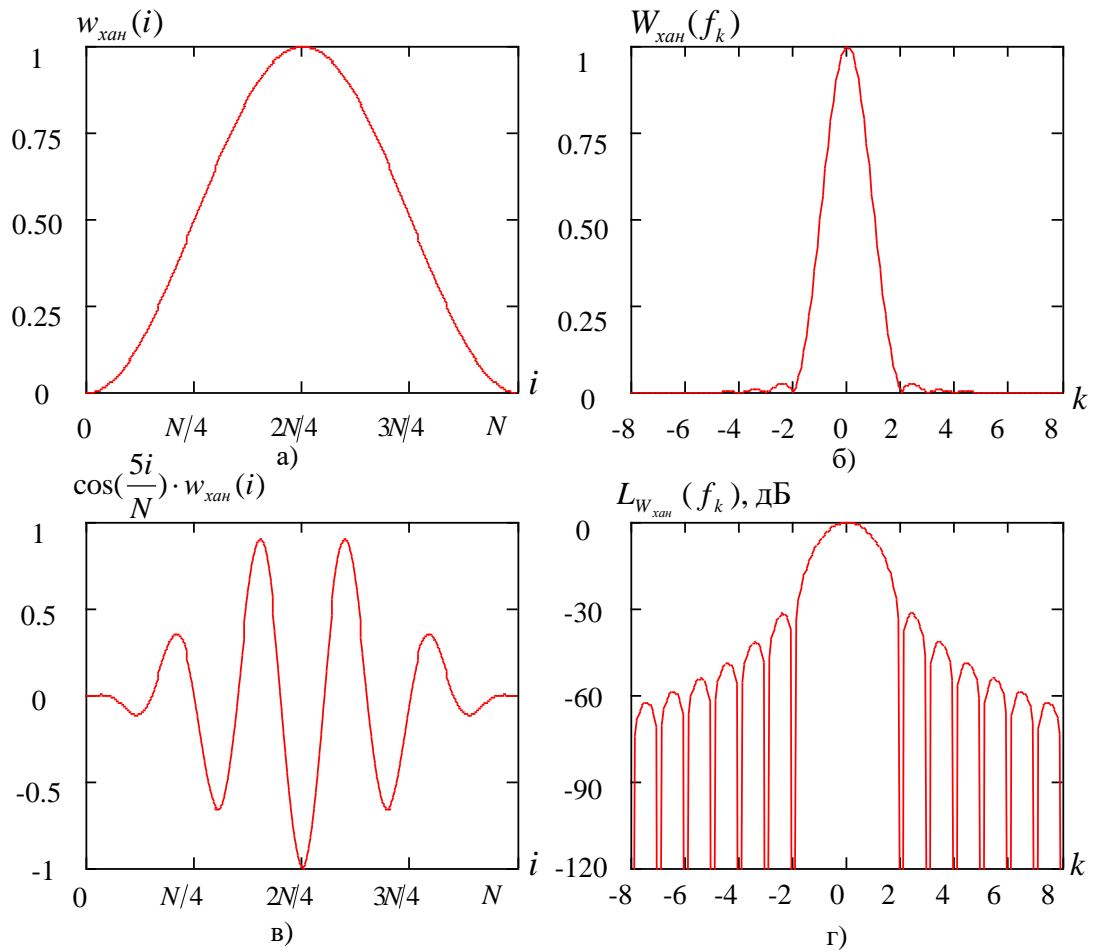


Рисунок 2 – Окно Ханна
 (а – функция во временной области, б – АЧХ, в – гармонический сигнал,
 умноженный на оконную функцию, г – ЛАЧХ)

Вид окна Хэмминга и его характеристик представлен на рисунке 4.

Наряду с перечисленными оконными функциями высокого разрешения находят применение оконные функции низкого разрешения, наиболее распространенными из которых являются окно Блэкмана-Харриса и окно с плоской вершиной. Окно Блэкмана-Харриса во временной области описывается формулой

$$w_{бх}(i) = 0,359 - 0,488 \times \cos\left(\frac{2\pi \cdot i}{N}\right) + 0,141 \cdot \cos\left(\frac{4\pi \cdot i}{N}\right) - 0,012 \cdot \cos\left(\frac{6\pi \cdot i}{N}\right).$$

Вид окна Блэкмана-Харриса и его характеристик представлен на рисунке 5.

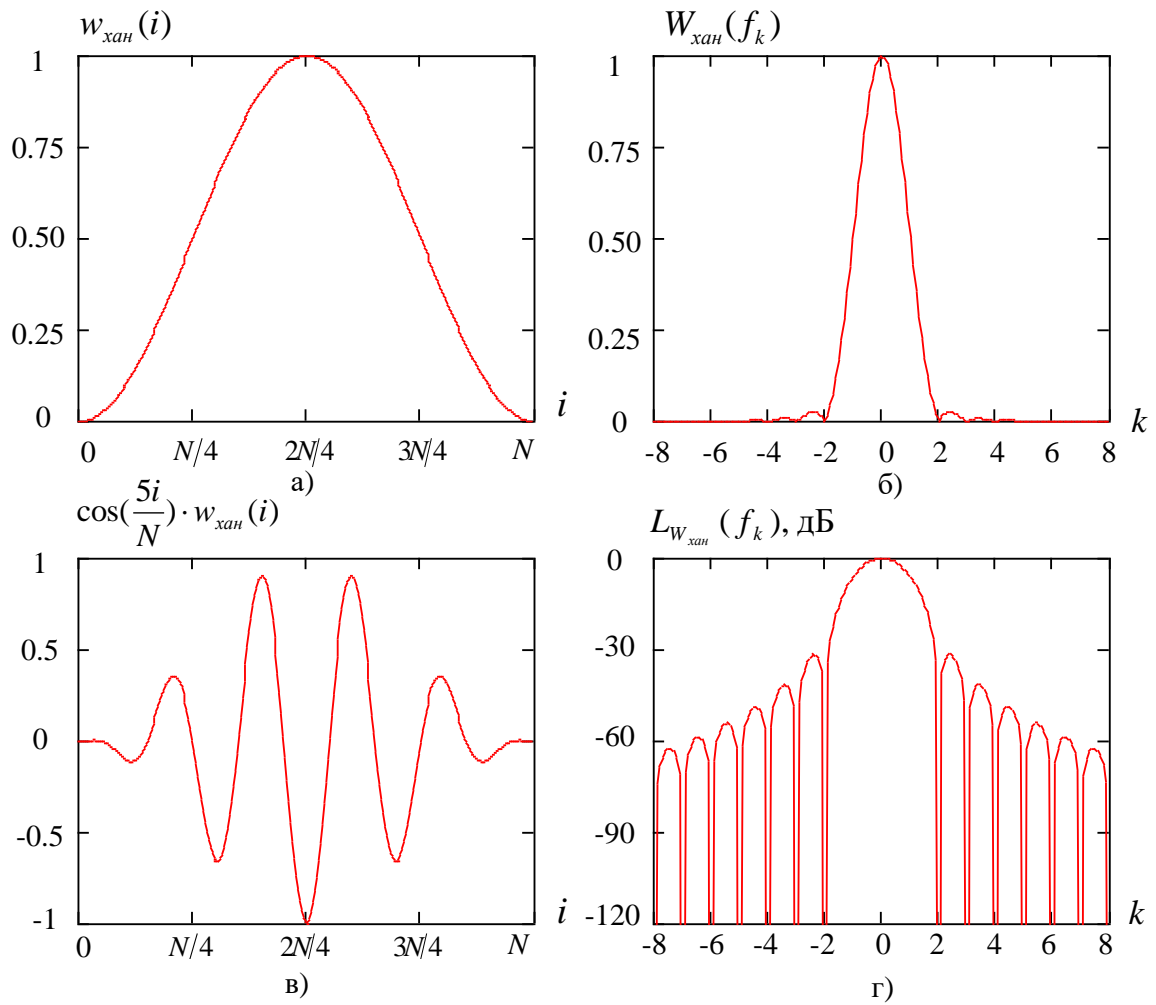


Рисунок 4 – Окно Хэмминга
 (а – функция во временной области, б – АЧХ, в – гармонический сигнал,
 умноженный на оконную функцию, г – ЛАЧХ)

Окно с плоской вершиной во временной области описывается рядом

$$w_{пл}(i) = 0,22 - 0,42 \cos\left(\frac{2\pi \cdot i}{N}\right) +$$

$$+ 0,28 \cos\left(\frac{4\pi \cdot i}{N}\right) - 0,07 \cos\left(\frac{6\pi \cdot i}{N}\right) + 0,007 \cos\left(\frac{8\pi \cdot i}{N}\right)$$

Вид окна с плоской вершиной и его характеристик представлен на рисунке 6.

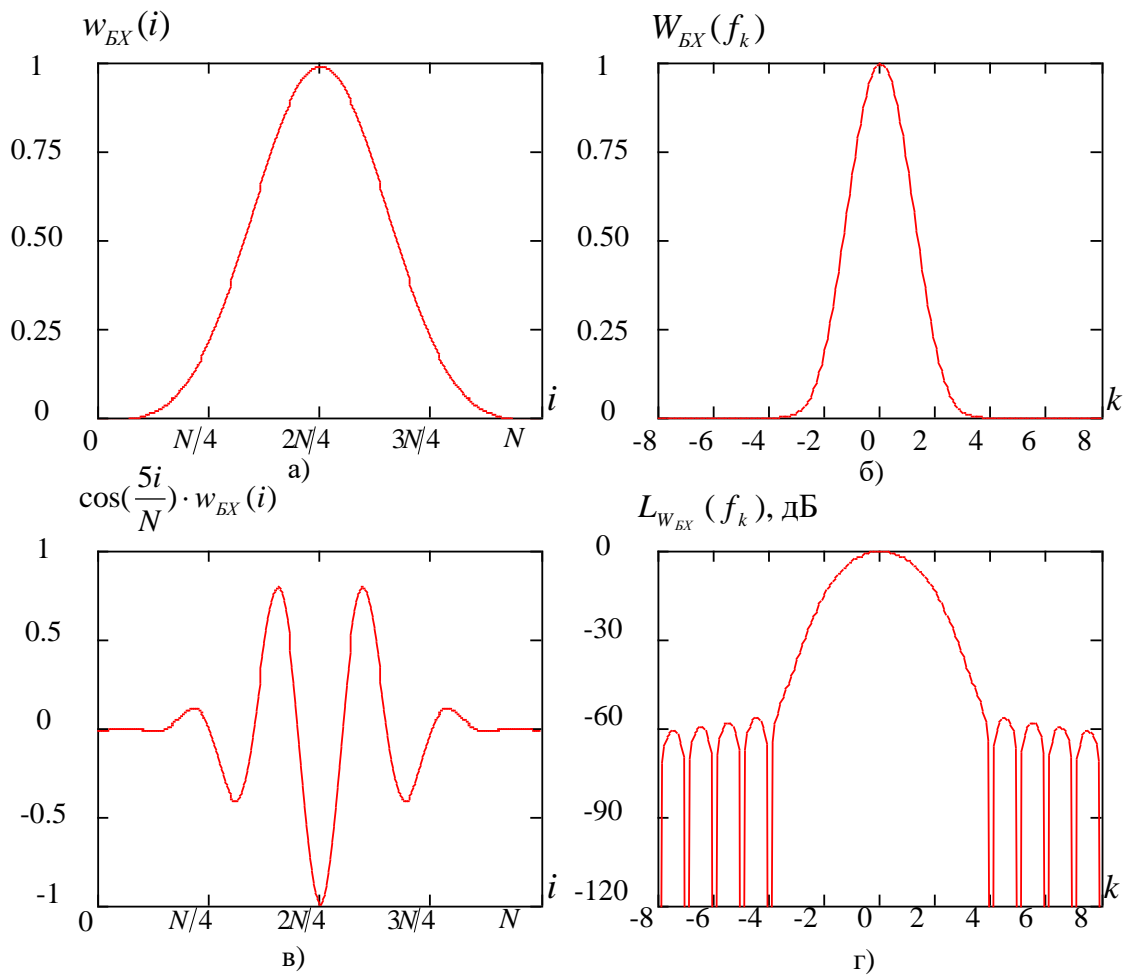


Рисунок 5 – Окно Блэкмана-Харриса
 (а – функция во временной области, б – АЧХ, в – гармонический сигнал,
 умноженный на оконную функцию, г – ЛАЧХ)

Основные характеристики, такие как максимальная величина боковых лепестков, коэффициент ослабления сигнала, ширина основного лепестка, для рассмотренных оконных функций приведены в таблице 7 [3].

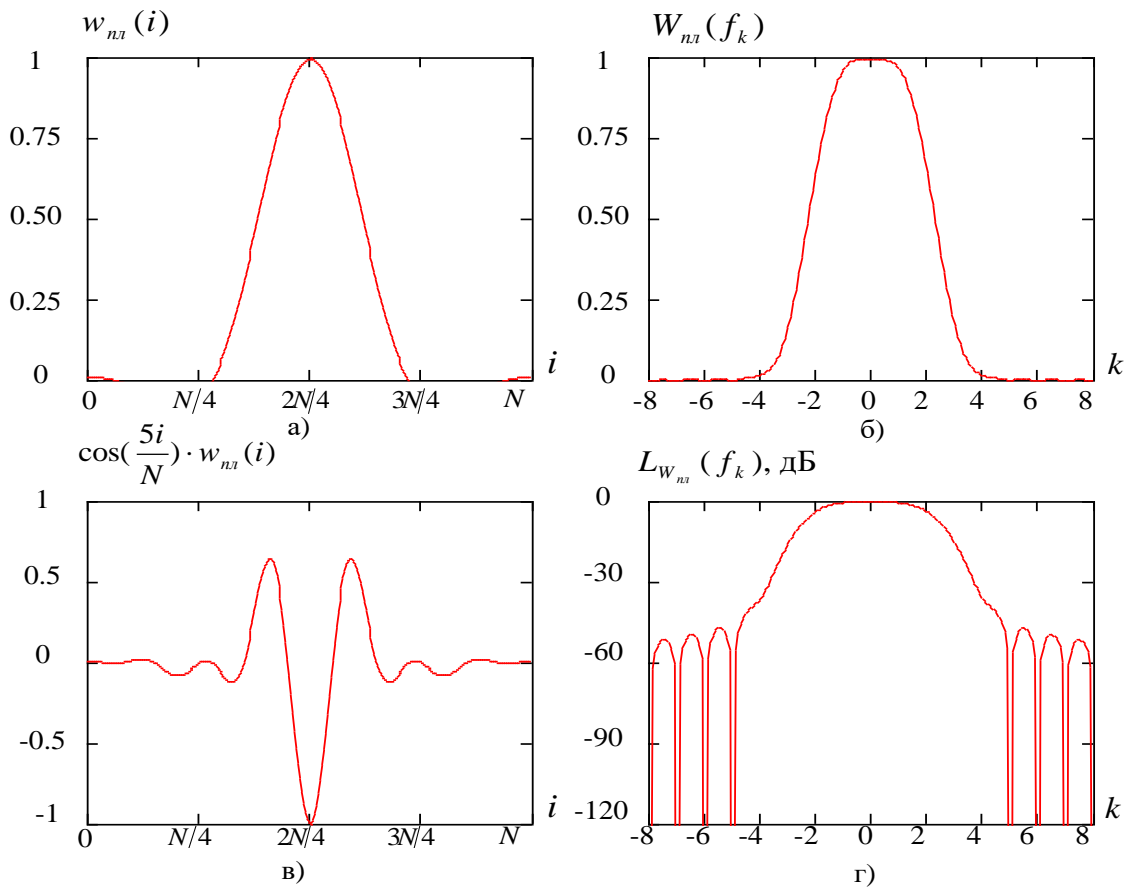


Рисунок 6 – Окно с плоской вершиной
 (а – функция во временной области, б – АЧХ, в – гармонический сигнал,
 умноженный на оконную функцию, г – ЛАЧХ)

Таблица 7

Основные характеристики оконных функций [3]

Наименование окна	Ширина основного лепестка	Ослабление сигнала	Величина боковых лепестков, дБ
Прямоугольное окно	2	1	-13
Окно Ханна	4	2	-31,5
Окно Хэмминга	4	1,86	-35,9
Окно Блэкмана-Харриса	8	2,38	-92
Окно с плоской вершиной	10	4,59	-69

Список используемых источников:

вчинников А.Л., Лапшин Б.М., Чекалин А.С., Евсиков А.С. Опыт применения течеискателя ТАК-2005 в городском трубопроводном хозяйстве // Известия Томского политехнического университета, 2008. -т. 312 -№ 2 - с. 196-202.
 ифровая обработка сигналов / под ред. А. Б. Сергиенко. – СПб. : Питер, 2002. – 608 с.
 еория и практика цифровой обработки сигналов. Некоторые оконные функции и их параметры [Электронный ресурс] // Библиотека цифровой обработки сигналов. – URL: <http://www.dsplib.ru/content/winadd/win.html> (последнее обращение 14.05.2014).